

LA STATISTIQUE DANS LE CURRICULUM EN ESPAGNE

Carmen BATANERO¹, Juan Jesús ORTIZ², Rafael ROA³ et Luis SERRANO⁴

TITLE

Statistics in the curriculum in Spain

RÉSUMÉ

Les nouvelles directives curriculaires en Espagne élargissent l'enseignement de la statistique à partir du premier cycle de l'éducation primaire et renforcent les contenus dans les différents niveaux de scolarité. Dans cet article, nous analysons les contenus et la méthodologie que suggèrent ces directives et la manière avec laquelle on prend en compte les évaluations externes des élèves. Nous réalisons une analyse critique du curriculum et nous concluons par quelques réflexions sur les défis que posent ces orientations curriculaires afin que l'intégration de la statistique dans les classes devienne une réalité.

Mots-clés : enseignement de la statistique, conception du curriculum, formation des professeurs.

ABSTRACT

New curricular guidelines enlarge the teaching of statistics in Spain, starting from the first cycle of primary education, and reinforce these contents throughout the different school levels. In this paper we analyse the contents and methodology suggested in these guidelines, and the way in which statistics takes part in the external assessment of students. We carry out a critical analysis of this curriculum and reflect on the challenges that these curricular orientations set for the introduction of statistics in schools to become a reality.

Keywords: teaching statistics, curricular design, teacher education.

1 Introduction

Actuellement, les gouvernements, tout comme les institutions internationales, par exemple l'Organisation des Nations Unies (ONU) ou l'Organisation pour la Coopération et le Développement Économique (OCDE), diffusent dans la presse et sur Internet leurs données et leurs études statistiques, avec l'intention de faire participer à leurs décisions les citoyens, ce qui est un objectif important dans une société démocratique. Mais une bonne communication entre ces institutions et le public auquel elles destinent leurs activités requiert que les citoyens soient capables de tirer profit de cette information, c'est-à-dire, soient statistiquement cultivés (Ridgway, Nicholson et McCusker, 2008).

Cet impératif a été reconnu par les autorités éducatives en Espagne, où la statistique est enseignée dans l'enseignement secondaire depuis 20 ans, avec aussi une présence dans la dernière année de l'éducation primaire. À partir de 2006, dans les nouveaux « Décrets des Enseignements Minima » (MEC 2006 ; 2007a, b, c), la statistique est présente dans tous les

¹ Universidad de Granada, España, batanero@ugr.es

² Universidad de Granada, España, jortiz@ugr.es

³ Universidad de Granada, España, rroa@ugr.es

⁴ Universidad de Granada, España, lserrano@ugr.es

cycles d'éducation, dès l'âge de 6 ans. On souhaite ainsi offrir aux élèves une expérience statistique dès leur enfance, en suivant l'exemple d'autres pays (voir par exemple, pour les USA, les recommandations NCTM, 2000). On suit aussi la tendance qui consiste à relier plus étroitement la statistique avec les données, de sorte que les élèves posent des questions et effectuent, pour y répondre, des recherches à leur portée, qu'ils recueillent leurs propres données et les analysent pour obtenir et justifier leurs conclusions (Franklin *et al.*, 2007 ; Burrill et Camden, 2006 ; MacGillivray et Pereira-Mendoza, 2011).

L'objectif de cet article est de décrire la situation de la statistique dans ces dernières directives curriculaires, en analysant la tendance générale indiquée par le Ministère de l'Éducation. Nous faisons aussi référence aux spécifications de la « Junta de Andalucía », comme exemple de la variabilité qu'il peut y avoir entre les différentes communautés autonomes en Espagne, du fait de la compétence des communautés dans l'établissement du curriculum.

2 L'organisation de l'éducation en Espagne

L'éducation en Espagne est de la responsabilité des communautés autonomes qui divisent le territoire mais il y a une coordination centrale du Ministère de l'Éducation pour garantir une homogénéité suffisante sur tout le territoire. Les principaux niveaux d'éducation, communs à tout le territoire, sont les suivants et nous nous concentrerons sur l'éducation primaire, l'éducation secondaire obligatoire et le baccalauréat⁵ :

- Éducation de l'enfance (0-6 ans), sur la base du volontariat et organisée en deux cycles (0-3 ans) et (3-5 ans) ; en pratique la majorité des enfants suivent au moins le second cycle ;
- Éducation primaire (6-11 ans), obligatoire et gratuite, et divisée en trois cycles, chacun d'une durée de deux ans ;
- Éducation secondaire, divisée en éducation secondaire obligatoire (12-15 ans, obligatoire, gratuite) et éducation post-obligatoire (16-17 ans, volontaire et gratuite). Cette dernière se répartit entre le baccalauréat, de caractère académique, suivi par les élèves qui pensent poursuivre à l'université et le cycle de formation de niveau moyen (formation professionnelle) suivi par les élèves qui veulent s'orienter vers la vie professionnelle.

L'éducation secondaire pot-obligatoire est flexible dans le sens où il est possible de poursuivre vers l'université, le cycle de formation de niveau supérieur ou les écoles d'arts, à partir de l'une quelconque de ses deux filières ; cependant on exige parfois une formation complémentaire du fait qu'il existe dans chacune d'elles des spécialités différentes.

Les orientations des curricula sont promulguées aussi bien au niveau national qu'au niveau des communautés. Au niveau national, les directives actuelles ont été fixées dans les « Décrets des Enseignements Minima » (MEC, 2006, 2007a, b et c) qui déterminent la structure des enseignements et les contenus obligatoires pour toutes les communautés. Ces contenus supposent une application de 55% du contenu total dans les communautés qui ont leur propre langue, comme le Pays Basque, et de 65% dans celles qui n'ont pas une langue différente du castillan, comme l'Andalousie. Dans la suite nous analysons les contenus requis

⁵ En Espagne, le Baccalauréat désigne un cycle de deux ans.

pour l'enseignement de la statistique par les normes nationales, qui sont par conséquent obligatoires sur tout le territoire, bien que certaines communautés aient pu y ajouter quelques compléments. Il n'est pas fréquent d'ajouter de nouveaux contenus dans le cas des mathématiques, bien que l'on introduise des nuances dans leur méthodologie et sur d'autres aspects. À titre d'exemple nous commenterons les suggestions ajoutées pour l'enseignement de la statistique au cursus national par la communauté autonome d'Andalousie.

3 Directives curriculaires pour l'enseignement de la statistique

3.1 Éducation de l'enfance et primaire

On peut situer le début de l'étude de la statistique dans le second cycle de l'Éducation de l'enfance, dans le domaine de la connaissance de l'environnement, dans lequel on cherche à développer, entre autres, les capacités mathématiques (MEC, 2007a). A titre d'exemple, dans le cursus correspondant à l'éducation de l'enfance en Andalousie, on souligne l'intérêt pour les enfants à se confronter à des situations avec des interrogations dont la résolution nécessite le recueil de données, leur organisation et une réflexion sur les résultats obtenus. On demande aussi un questionnement, avec une terminologie accessible et compréhensible, pour décider « si une situation est probable ou improbable » (Consejería de Educación, 2008a, p. 33).

La présence de la statistique est beaucoup plus importante dans le « Décret des Enseignements Minima » de l'éducation primaire (MEC, 2006), qui incluent les contenus résumés dans le tableau 1, dans le bloc « Traitement de l'information, hasard et probabilité », un des quatre blocs de contenu du domaine des mathématiques et qui apparaît dans les trois cycles de ce niveau.

On commence par conséquent à l'âge de 6 ans avec l'interprétation de graphiques très simples (pictogrammes ou diagrammes en barres) et avec le recueil de quelques données sur des thèmes compréhensibles par les enfants. On poursuit en deuxième et troisième cycles par le dénombrement, par la construction et par l'interprétation de tableaux et de graphiques progressivement plus complexes. Enfin on introduit, en fin de parcours, la moyenne, le mode et le rang.

Il s'agit aussi de sensibiliser l'enfant, à partir du premier cycle, à des phénomènes aléatoires de sa vie quotidienne, en développant son vocabulaire pour faire référence aux événements, en observant quelques expériences aléatoires et en remarquant l'imprédictibilité de chaque résultat particulier, pour parvenir à la fin de l'éducation primaire à ce qu'il puisse comparer qualitativement la probabilité de différents événements ou, dans des cas simples, parvenir à une estimation approchée de leur probabilité.

TABLEAU 1 – *Contenus de chaque cycle de l'éducation primaire*

	1 ^{er} cycle (6-7 ans)	2 ^e cycle (8-9 ans)	3 ^e cycle (10-11 ans)
Recueil et organisation des données	Techniques élémentaires	Stratégies de dénombrement ; tableau de données ; tableaux à double entrée ; techniques élémentaires d'enquête, d'observation et de mesure	
Graphiques statistiques	Interprétation de graphiques simples		
			Construction de graphiques simples
			Types de graphiques ; évaluation critique de l'information
Paramètres statistiques			Moyenne, mode, rang
Hasard et probabilité	Présence du hasard dans la vie quotidienne Distinction entre impossible, certain et possible Expressions courantes en relation avec la probabilité		
			Évaluation de résultats d'expériences de hasard ; discerner entre événements plus ou moins probables ; impossibilité de prédire un résultat concret ; introduction au vocabulaire du hasard
			Estimation du degré de probabilité d'un événement

La « Consejería de Educación de la Junta de Andalucía » (2007a), de son côté, renvoie à ces contenus dans un bloc de contenu qui a le même intitulé. Les deux documents cités indiquent les importantes connexions de la statistique avec les autres blocs thématiques, par exemple, dans le domaine des sciences naturelles ou des sciences sociales, dans lesquelles, parfois, on présente des graphiques ou des données statistiques qui justifient aussi l'apprentissage de cette discipline. Ces documents indiquent que le travail en statistique doit avoir une incidence significative sur la compréhension de l'information statistique qui apparaît fréquemment dans les médias. Un objectif important est que l'élève parvienne à évaluer le bénéfice que les connaissances statistiques offrent pour la prise de décision et qu'il découvre que l'usage des mathématiques facilite la résolution de problèmes de la vie quotidienne. On y donne aussi de l'importance au contexte comportemental qui favorise la présentation des données sous une forme organisée et claire.

Dans les deux documents il est fait une brève mention à la statistique dans le domaine de connaissance du milieu naturel, social et culturel, en relation avec l'utilisation et l'interprétation de tableaux et graphiques statistiques dans le travail dans cette discipline.

3.2 L'éducation secondaire obligatoire

Dans l'éducation secondaire obligatoire, le « Décret des Enseignements Minima » de l'éducation secondaire (MEC, 2006b) divise les mathématiques en six blocs de contenu, l'un d'entre eux est général (résolution de problèmes et expression mathématique) ; l'un des blocs de contenu (le bloc 6) est celui de « Statistique et probabilité », dont les contenus sont résumés dans le tableau 2.

TABLEAU 2 – *Contenus de chaque cycle de l'éducation secondaire obligatoire*

	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4 (A)	Année 4 (B)
Données	Différentes formes de recueil ; organisation en tableaux				
	Attitude critique face à l'information statistique				
	Fréquences absolues et relatives		Modalités, variables discrètes et continues		
	Fréquences cumulées				
	Regroupement des données en intervalles				
	Diagrammes en barres, en lignes et secteurs				
Graphiques				Graphiques multiples, graphiques en boîte	
					Analyse de graphiques dans les médias
Paramètres statistiques	Moyenne, médiane et mode. Signification, estimation, calcul et propriétés. Utilisation dans les comparaisons et les évaluations				
				Quartiles. Dispersion : rang et écart-type. Signification, calcul et propriétés. Interprétation associée de moyenne et écart-type. Utilisation dans les comparaisons et les évaluations	
Echantillonnage			Nécessité, adéquation, représentativité. Méthode de sélection	Phases d'une étude, analyse de représentativité	
					Moyenne, écart-type et autres mesures (asymétrie ou valeurs atypiques) d'une distribution
Expériences aléatoires	Formulation de conjectures, plan d'expériences pour confirmation				
	Événements et univers				
Probabilité				Calcul avec l'approche laplacienne. Estimation par simulation ou expérimentation. Utilisation pour la prise de décision	
				Expériences composées, Diagrammes en arbre et tables de contingence	
	Probabilité conditionnelle				
Feuille de calcul	Pour organiser les données, réaliser les calculs et les graphiques				
Calculatrice				Calculs et graphiques	

On constate que l'on poursuit l'organisation des données en tableaux et graphiques, commencée dans l'éducation primaire, bien que, à ce stade, on introduise formellement des concepts comme les différents types de fréquences (absolues et relatives), le regroupement des données en intervalles (et graphiques associés) à partir de la troisième année. On inclut l'attitude critique et l'interprétation critique comme contenu spécifique. On développe l'étude

des moyennes, on inclut la médiane et on introduit la notion de dispersion, y compris les valeurs atypiques et l'asymétrie dans une des options de quatrième année.

On poursuit aussi en probabilité, de façon plus formelle à partir de la troisième année, en prenant en compte aussi bien l'approche laplacienne (rapport du nombre de cas favorables à l'événement sur le nombre de tous les cas possibles) que l'approche fréquentiste (en estimant la probabilité à partir de la fréquence relative). Les documents n'alertent en aucune façon sur la difficulté liée à la distinction entre cette estimation et la valeur théorique de la probabilité, signalée, entre autres, par Chapat, Girard et Henry (2011). Les expériences composées sont introduites en troisième année, en ayant recours au diagramme en arbre comme moyen de calcul et on complète avec la probabilité conditionnelle dans l'une des options de quatrième année.

La « Consejería de Educación de la Junta de Andalucía » (2007b) organise les mathématiques en six blocs, trois d'entre eux transversaux et les trois autres de contenu. Elle introduit les thèmes de statistique dans l'éducation secondaire dans le bloc 6, « Interprétation de phénomènes du milieu ambiant et de phénomènes sociaux par les mathématiques », qui regroupe deux blocs de contenu du ministère, « Fonctions et graphiques » et « Statistique et probabilité », qui apparaissent par conséquent liés dans les orientations d'Andalousie. Les contenus statistiques spécifiques sont donc les mêmes que ceux qui ont été commentés dans le tableau 2.

En outre, l'enseignement de la statistique doit être pris en compte dans les trois blocs transversaux suivants : (1) Résolution de problèmes ; (2) Utilisation des technologies de l'information et de la communication en éducation (TICE) et apprentissage des mathématiques ; (3) Dimension historique, sociale et culturelle des mathématiques.

Dans les deux documents curriculaires, des références à la statistique apparaissent dans la discipline « Sciences sociales, géographie et histoire », dont l'un des critères d'évaluation est le suivant « Chercher, sélectionner, comprendre et relier l'information orale, graphique, iconique, statistique et cartographique, qui provient de sources diverses, en incluant celle qui est proposée par l'environnement physique et social, les médias et les technologies de l'information, traiter cette information en accord avec le but poursuivi et la transmettre aux autres sous forme organisée et intelligible » (MEC, 2006b, p. 704).

3.3 Le Baccalauréat

Dans le baccalauréat (MEC, 2007c), on trouve trois spécialités : arts, sciences et technologie, sciences humaines et sociales. Bien que ces deux dernières spécialités incluent la discipline mathématique dans chacune des années du cycle, la statistique a un poids différent dans chacune d'elles (Tableau 3). Dans la première année du baccalauréat de sciences et technologie, « Statistique et probabilité » est l'un des quatre blocs de contenu et n'apparaît pas en seconde année.

TABLEAU 3 – *Contenus de statistique au Baccalauréat*

	Sciences et technologie	Sciences sociales	
	1 ^{re} année	1 ^{re} année	2 nd e année
Statistique descriptive unidimensionnelle, types de variables. Tableaux et graphiques. Paramètres de position et de dispersion.		X	
Distributions bidimensionnelles. Corrélation. Régression linéaire.	X	X	
Interprétation de phénomènes sociaux et économiques à partir de représentations graphiques. Extrapolation des résultats.		X	
Probabilité composée, conditionnelle, totale et a posteriori.	X		X
Théorème de Bayes			X
Distributions binomiale et normale	X	X	
Loi des grands nombres. Théorème central limite. Approximation de la distribution binomiale par la distribution normale.			X
Echantillonnage. Conditions de représentativité. Paramètres d'une population. Distributions de probabilité des moyennes et fréquences d'échantillonnage.			X
Intervalle de confiance pour le paramètre p d'une distribution binomiale et pour la moyenne d'une distribution normale avec écart-type connu.			X
Test d'hypothèse pour le paramètre p d'une distribution binomiale et pour la moyenne ou les différences de moyennes de distributions normales avec écart-type connu.			X

Dans le baccalauréat de sciences sociales, « Statistique et probabilité » est l'un des trois blocs de contenu, aussi bien dans la première année que dans la seconde. Ainsi, alors que dans la première année, on inclut dans les deux spécialités l'étude des distributions bidimensionnelles, la corrélation et la régression, dans le baccalauréat en sciences sociales, on fait une révision de la statistique descriptive univariée. Probabilité composée et conditionnelle est reprise en première année, elle est développée avec le théorème de Bayes dans le baccalauréat de sciences et technologie et dans la seconde année de sciences sociales. On introduit pour les deux spécialités la distribution binomiale et la distribution normale dans la première année, poursuivant, en seconde année du baccalauréat en sciences sociales, avec un programme complet de l'inférence statistique.

Cette exigence majeure dans cette spécialité du baccalauréat est soulignée par les critères d'évaluation suivants :

- « Concevoir et développer des études statistiques de phénomènes sociaux qui permettent d'estimer les paramètres avec une fiabilité et une exactitude fixées à l'avance, déterminer le type de distribution et inférer des conclusions sur des comportements de la population étudiée ; déterminer le type d'échantillonnage et la taille de l'échantillon, établir un intervalle de confiance pour μ et p , selon que la population est Normale ou Binomiale, et déterminer si la différence des moyennes ou

des proportions entre deux populations ou par rapport à une valeur déterminée est significative. »

- « Analyser de façon critique les informations statistiques présentes dans les médias et dans d'autres environnements, en détectant des erreurs possibles et des manipulations aussi bien dans la présentation des données que dans les conclusions » (MEC 2007c, p. 45477).

En développant les noyaux des contenus proposés, la « Consejería de Educación » (2008b) renvoie aux mêmes contenus et, de plus, les met en relation avec quatre noyaux transversaux : (a) La résolution de problèmes, (b) Apprendre par et avec l'histoire des mathématiques, (c) Introduction aux méthodes et aux fondements mathématiques et (d) Modélisation mathématique.

En ce qui concerne l'histoire, pour le baccalauréat de sciences et technologie, elle indique que l'on peut travailler, entre autres, sur les aspects suivants : les débuts du calcul des probabilités de Pacioli jusqu'à Gauss et leur influence sur les distributions de probabilité, les formulations actuelles données par Borel et Kolmogorov et la progression de la statistique au cours du XX^e siècle avec application aux probabilités.

On suggère aussi les aspects historiques suivants pour développer le curriculum de mathématiques appliquées aux sciences sociales I et II : « Histoire de la statistique et des probabilités : les origines des recensements depuis l'Antiquité à nos jours. Prise en considération de la statistique comme science : apports de Achenwall, Quételet et Colbert. Les origines de la probabilité : Pacioli, Tartaglia, Pascal, Bernoulli, de Moivre, Laplace et Gauss. Les relations actuelles entre statistique et probabilités : Pearson. Statistique descriptive : Florence Nightingale » (p. 203).

4 Orientations méthodologiques et évaluations

4.1 Suggestions méthodologiques

Les orientations méthodologiques incluses dans les documents cités insistent sur la mise en relation de la statistique avec des problèmes de la vie quotidienne, soulignant l'intérêt de proposer des activités qui permettent à l'élève de décrire et d'interpréter le monde qui l'entoure. On suggère d'insister sur l'aspect interprétatif davantage que sur l'apprentissage de formules. Par exemple, pour l'éducation primaire (MEC 2006), on indique que les enfants doivent comprendre que les données peuvent être représentées sous différentes formes et que, suivant le type de question que l'on se pose, un type de représentation est plus indiqué qu'un autre. Dans ce même document, on donne aussi de l'importance aux expériences aléatoires et à leurs prédictions, qui doivent être contrôlées en fonction des données. On note la pertinence d'inciter l'enfant à explorer les concepts de hasard et de déterminisme à l'aide de jeux et d'expériences.

Dans l'éducation secondaire obligatoire (MEC 2007b), on recommande l'utilisation du diagramme en arbre comme outil pour aider à élaborer des intuitions sur la probabilité. En troisième année, on recommande l'utilisation de la technologie dans le but d'éviter les calculs de routine et pour concentrer l'apprentissage sur les aspects plus interprétatifs. Une partie significative du cours de statistique doit être orientée vers le recueil de données par les élèves eux-mêmes à partir d'enquêtes, d'interviews ou à partir des médias, y compris sur Internet.

Les contenus statistiques fourniront des instruments de base pour interpréter l'information, si diverse dans la société actuelle, dans le but de formuler des conjectures et des inférences qui conduisent les élèves à établir des conclusions.

En outre, au cours du baccalauréat, on insiste sur l'utilisation d'outils technologiques, comme les calculatrices et les ordinateurs qui peuvent être une aide aussi bien pour une meilleure compréhension des concepts et pour la résolution de problèmes complexes que pour le traitement des données, sans oublier de travailler la fluidité et la précision du calcul manuel simple. Comme cela a été indiqué, la résolution de problèmes a un caractère transversal ; par conséquent, on doit développer les stratégies et les compétences nécessaires pour appliquer les connaissances dans des contextes réels, pour, à la fois, encourager une large vision de la réalité, développer la créativité et faciliter la reconnaissance de possibles erreurs. Dans la spécialité science et technologie on suggère une introduction aux définitions formelles et aux démonstrations, graduellement, mais en maintenant la priorité sur les idées fondamentales et en faisant sentir à l'élève la nécessité de ce langage formel.

Une des idées importantes dans ces propositions est la conception de projets statistiques pour travailler en classe à partir du premier cycle de l'éducation primaire. Le travail sur des projets évite l'apprentissage fragmenté des concepts statistiques en les reliant entre eux et en leur donnant du sens (Batanero et Diaz, 2004).

4.2 Les évaluations externes

Il ne fait aucun doute que les évaluations externes réalisées sur les élèves ont une grande influence sur la réalisation effective dans laquelle le curriculum prescrit (décrit par les directives analysées) est traduit en pratique (c'est-à-dire, de la différence entre le curriculum prescrit et le curriculum réel). Nous analysons brièvement ci-dessous la présence de la statistique dans les tests de diagnostic qui sont obligatoires pour tous les élèves, et dans les tests de sélection nécessaires pour l'accès des élèves de baccalauréat à l'université.

4.2.1 Tests de diagnostic dans l'éducation primaire

Ces tests ont été établis par la Loi Organique de l'Éducation en 2006, et ils sont obligatoirement passés par tous les élèves à la fin de la 4^e année de l'éducation primaire (9 ans) et à la fin de la 2^e année de l'éducation secondaire obligatoire (13 ans). Cela a été un défi et a mobilisé une grande quantité de ressources éducatives puisque ce sont les communautés autonomes qui ont été chargées de les concevoir, de les appliquer et d'analyser les résultats, au sein des agences d'évaluation autonomes. Leur objectif est de vérifier le niveau d'acquisition de compétences de base par les élèves pour, si nécessaire, offrir à l'enfant un appui pour son éducation.

Bien que les tests varient d'une communauté à l'autre, ils sont très semblables. Nous avons analysé les exercices proposés dans tous les tests réalisés en Andalousie depuis qu'ils ont débuté, en remarquant que, dans le test de raisonnement mathématique, qui compte de 15 à 18 questions contextualisées, on a inclus depuis l'année 2006-2007, une (parfois deux) questions de statistique. Généralement, ces questions de statistique consistent à interpréter ou à construire un tableau de données ou un graphique (pictogramme ou diagramme en barres) ou à compléter les données manquantes dans un graphique du même type.

4.2.2 Tests de diagnostic dans l'éducation secondaire obligatoire

On a aussi analysé, depuis leur début, les tests de diagnostic de l'éducation secondaire en Andalousie, en notant que tous ont inclus des questions de statistique. Sur un nombre total de 15 à 18 questions, le nombre de questions de statistique oscille entre deux-trois (le plus souvent) jusqu'à six en une occasion. Les thèmes abordés dans ces questions ont été : construction de tableaux à partir d'une liste de données ; construction ou interprétation de graphiques en barres, barres doubles, graphiques en secteurs, graphiques en lignes, à partir d'une liste de données ou de tableaux ; calcul de moyenne et de mode ; calcul de probabilité et de probabilité composée dans des expériences simples.

4.2.3 Tests de sélection

Ces tests sont requis pour l'accès à l'Université pour les élèves qui possèdent le titre de bachelier ou le titre de fin de cycle de formation de niveau moyen. Le test dépend du type de baccalauréat suivi. Il se compose d'une partie générale et d'une partie spécifique. Dans la partie générale (qui elle-même se compose de quatre parties), l'élève peut choisir de passer le test en Mathématiques II (parmi un total de 4-5 matières de spécialité). C'est dire que, dans cette partie, ce ne sont pas tous les élèves qui sont testés en mathématiques.

Dans la seconde partie, l'élève peut choisir de passer d'autres matières de spécialité parmi celles qu'il n'a pas choisies dans la partie générale pour améliorer sa note (jusqu'à 20% en plus). Cette option est choisie par les élèves qui veulent intégrer une carrière pour laquelle il y a une forte demande et, par conséquent, une note élevée de barrage. C'est dire que, bien que de fait il ne soit pas obligatoire de passer les mathématiques dans les tests de sélection, dans la plupart des cas, les élèves passent cette matière soit dans la partie générale soit dans la partie spécifique. Qu'il choisisse les mathématiques dans la partie générale ou dans la partie spécifique, l'élève peut choisir entre deux modèles d'examen différents.

Le poids de la statistique dans cet examen est très différent suivant l'option de baccalauréat. Ainsi, dans le baccalauréat sciences et technologie, on n'a inclus aucune question de statistique dans les tests réalisés en 2012 en Andalousie, alors que dans le baccalauréat sciences sociales on a inclus deux questions (sur quatre) dans le premier modèle d'examen : la première sur le théorème de Bayes et la seconde sur le calcul de l'intervalle de confiance pour une proportion et sur le calcul de la taille de l'échantillon pour un seuil d'erreur déterminé. Le second modèle d'examen inclut aussi deux questions (sur quatre), la première sur un calcul de probabilités conditionnelles et conjointes et la seconde sur un test d'hypothèse pour une proportion. La même tendance se retrouve les années précédentes, c'est-à-dire que, alors que le poids de la statistique est faible dans le baccalauréat de sciences et technologie (au plus une question sur les quatre), la moitié du test de sciences sociales porte sur la statistique et comprend une question de probabilité (probabilité conditionnelle ou bien distribution binomiale ou normale) et une autre question sur l'inférence (intervalle de confiance et test d'hypothèse).

5 Analyse critique du curriculum

Une fois exposées les principales caractéristiques du curriculum de statistique dans les différents niveaux d'enseignement en Espagne, nous proposons, dans cette section, une analyse de la façon dont sont prises en compte dans ce curriculum les idées statistiques

fondamentales, le niveau de formalisation requis et la prise en considération des intuitions des élèves et la comparaison de ce curriculum dans une perspective internationale.

5.1 Idées statistiques fondamentales

En premier lieu il ressort de ce qui précède que, tout au long des différents niveaux d'éducation, le curriculum espagnol regroupe toutes les idées statistiques fondamentales décrites par Burill et Biehler (2011), à savoir :

1. *Les données.* Moore (1991) a défini la statistique comme la science des données. Alors que, dans d'autres branches des mathématiques, l'intérêt se concentre sur les concepts et non sur les données, la donnée est aussi importante que le concept dans l'analyse statistique. De plus, l'aléatoire des situations en statistique produit davantage de variabilité dans les données que dans d'autres domaines des mathématiques (Sanchez et Batanero, 2011). Dans les documents curriculaires analysés, on reconnaît cette importance, depuis l'éducation primaire pour laquelle on suggère que les élèves recueillent et analysent leurs propres données en utilisant aussi bien des enquêtes que l'observation et la mesure. Dans les niveaux plus avancés on suggère un recueil de données sur Internet ou dans les médias et on met l'accent sur une attitude critique face aux données et aux sources des données.
2. *Les graphiques.* Du fait de leur rôle essentiel dans l'organisation, la description et l'analyse des données, les graphiques statistiques sont un instrument essentiel de transnumération, un des modes essentiels du raisonnement statistique qui consiste à obtenir une nouvelle information à partir d'un ensemble de données par le changement du système de représentation (Wild et Pfannkuch, 1999). Une autre raison qui explique leur importance réside dans leur présence dans les médias et sur Internet, et dans leur puissance pour communiquer de l'information et la résumer sous une forme efficace (Cazorla, 2002). La lecture, l'interprétation et la construction de graphiques commencent à partir de l'éducation primaire, au cours de laquelle, à chaque niveau, on introduit de nouveaux types de graphiques de variables discrètes. Le travail sur les graphiques de variables continues et les graphiques multivariés sont reportés dans l'éducation secondaire.
3. *Les variations.* Bien que d'autres branches des mathématiques utilisent des variables, les données sont supposées s'ajuster parfaitement à un modèle et il n'est pas courant de faire une étude du bien-fondé de l'ajustement ou des résidus du modèle. L'étude de la variabilité est caractéristique de la statistique ; on y étudie aussi bien le modèle que les résidus (Engel et Sedlmeier, 2011). La statistique permet de chercher les explications et les causes de la variation pour pouvoir faire des prévisions, car deux des objectifs importants de l'enseignement de la statistique sont que les élèves perçoivent la variabilité et qu'ils gèrent les modèles qui permettent de la contrôler et de la prévoir (Reading et Shaughnessy, 2004). Cette idée n'apparaît pas explicitement dans les documents curriculaires ; mais elle apparaît de façon implicite, en particulier dans l'étude, au Baccalauréat, de la corrélation et de la régression.
4. *Les distributions.* Une caractéristique essentielle de l'analyse statistique est qu'elle cherche à décrire et à prévoir les propriétés de données agrégées et non de chaque donnée isolée (Bakker et Gravemeijer, 2004). De ce fait l'enseignement de la statistique doit développer la capacité à lire, à analyser, à critiquer et à faire des inférences à partir de distributions de données (Shaughnessy, 2007), compétences qui

sont progressivement développées tout au long du curriculum, quand, par exemple, on insiste sur l'utilisation de mesures de position et de dispersion pour la comparaison d'ensembles de données. Le raisonnement sur les distributions implique de relier les données (distribution de données), la population dans laquelle elles ont été recueillies (distribution de probabilités) et les échantillons possibles issus de cette population (distribution d'échantillonnage). Cette dernière compétence est reportée au baccalauréat, mais, malheureusement, on ne la prend en compte que dans la spécialité de sciences sociales.

5. *Association et corrélation.* Alors que, dans une dépendance fonctionnelle, à chaque valeur d'une variable X (indépendante) on n'associe qu'une seule valeur de la variable Y (dépendante), dans l'étude d'association, à chaque valeur de X correspond une distribution de valeurs de Y ; par conséquent ce concept élargit celui de la dépendance fonctionnelle. La capacité d'évaluer une association est importante pour la prise de décision, mais on n'y arrive pas spontanément si on n'y est pas formé (Estepa, 2004). En Espagne ce thème n'est abordé qu'au baccalauréat, et on ne profite pas de l'occasion pour réaliser une étude intuitive préalablement dans l'éducation secondaire.
6. *Probabilité.* La caractéristique principale de la statistique est l'utilisation de modèles aléatoires, à la différence d'autres branches des mathématiques qui utilisent des modèles déterministes. On reconnaît l'importance des probabilités en les introduisant dès l'éducation primaire, sous forme intuitive, en commençant par l'utilisation du langage et la constatation du hasard dans la vie de l'enfant. Progressivement on commence le calcul des probabilités simples (à la fin de l'éducation primaire), des probabilités conditionnelles et composées (éducation secondaire obligatoire), puis on poursuit par l'étude des variables aléatoires, de la distribution binomiale et de la distribution normale (baccalauréat), en faisant le lien avec l'inférence dans le baccalauréat de sciences sociales. Parmi les différentes conceptions de la probabilité, on tient compte de l'approche classique ou laplacienne et de l'approche fréquentiste. La conception subjective de la probabilité (degré de plausibilité d'occurrence de l'événement par la personne qui assigne la probabilité) n'apparaît qu'au travers du calcul des probabilités conditionnelles au baccalauréat, mais elle n'est pas explicitement discutée.
7. *Échantillonnage et inférence.* Relier les caractéristiques des échantillons avec la population qu'ils représentent est l'objectif principal de la statistique. Du fait des connaissances préalables nécessaires et à sa plus grande difficulté, ce thème est reporté, dans le curriculum espagnol, à la dernière année du baccalauréat, et cela seulement dans l'option sciences sociales qui inclut formellement ce thème. Il serait important de développer chez les élèves la capacité à réaliser des inférences informelles dès l'éducation secondaire, avant de commencer l'étude formalisée de l'inférence (Rubin, Hammerman et Konold, 2006). Par exemple, Rossman (2008) suggère d'utiliser la simulation de la façon suivante : (a) Commencer avec une hypothèse sur les données, (b) Utiliser la simulation pour conclure que les données observées sont peu plausibles si l'hypothèse est réalisée, et (c) rejeter l'hypothèse initiale en se basant sur les résultats. Par ailleurs, l'étude de l'inférence devrait aussi être incluse dans le baccalauréat sciences et technologie dans lequel, pour l'instant, on ne l'envisage pas. On introduit ainsi une contradiction – en plus du problème didactique que l'on rajoute – celle d'imposer l'étude formelle de l'inférence à des

élèves qui ont une formation mathématique faible – puisque, dans ce baccalauréat, il y a une étude très sommaire du calcul et de l’algèbre formelle.

5.2 Intuition et niveau de formalisation

Un autre défi didactique, pas toujours pris en compte dans le curriculum espagnol, réside dans le développement de l’intuition des élèves qui, dans le domaine des probabilités – et par conséquent dans celui de l’inférence – est particulièrement délicat. Comme l’a soutenu Fischbein (1975), on n’arrive ni spontanément ni complètement à faire la distinction entre le hasard et ce qui est déductible à l’âge des opérations formelles parce que notre réflexion est influencée par les traditions culturelles et éducatives de la société moderne qui la poussent vers des explications déterministes. Nuñez, Sanabria et Garcia (2004) signalent que l’on ne s’appuie pas sur une culture de l’aléatoire indiscutablement nécessaire dans la société actuelle. Bien loin de l’inculquer, on s’en évade comme s’il s’agissait d’un type de raisonnement imparfait, étranger au caractère exact qu’ont les mathématiques.

Par ailleurs, de nombreuses recherches indiquent que, malgré les efforts dans l’éducation, les conceptions erronées perdurent après l’éducation formelle à la statistique, ce qui oblige à se demander comment améliorer l’enseignement actuel de la statistique pour remédier à cette situation. Déjà Nisbett et Ross (1980) suggéraient de proposer aux élèves des problèmes et des exercices et de leur donner l’occasion d’exposer leurs stratégies intuitives erronées pour ensuite discuter avec eux des erreurs que ces stratégies génèrent dans le processus de l’inférence. « Cela aurait l’avantage d’éclairer les principes sous-jacents de la statistique et des probabilités et de faciliter l’appréciation de leurs applications à des situations concrètes, (p.281)».

Un autre problème de didactique réside dans le fait que les frontières entre la pensée statistique élémentaire et la pensée statistique avancée ne sont pas clairement définies. Les mathématiques avancées se caractérisent par l’utilisation de l’algèbre, du calcul et du raisonnement déductif. Cependant nous sommes confrontés au défi d’avoir à enseigner des concepts avancés, comme l’inférence et la corrélation, à des élèves de l’éducation secondaire ou en sciences humaines qui n’ont pas une base mathématique suffisante.

De plus, des concepts apparemment simples enseignés à l’école sont de fait complexes. Il est par exemple difficile de trouver une définition simple de l’aléatoire que l’on puisse appliquer pour décider si un phénomène est ou n’est pas aléatoire. On devra déduire le caractère aléatoire de l’analyse statistique d’une séquence de résultats, en comparant les différents modèles mathématiques (Batanero, Henry et Parzys, 2005). Ces modèles mathématiques tout comme les comparaisons statistiques que nous appliquerions pour décider du caractère aléatoire d’une situation sont des idées statistiques avancées et, en outre, leur compréhension correcte dépend de la compréhension de l’idée de l’aléatoire ; ainsi nous nous trouvons dans un cercle vicieux.

Nous devons réfléchir, par conséquent, à la dose adéquate de formalisation que nous devons utiliser dans l’enseignement de la statistique dans l’éducation obligatoire et au Baccalauréat, tout comme sur la façon de rendre accessible la statistique avancée à ces élèves. Heureusement ces idées statistiques fondamentales peuvent être enseignées à un niveau d’éducation quelconque, pourvu qu’on utilise un langage et des exemples adéquats pour les élèves, et qu’on augmente progressivement le niveau de formalisation en fonction de l’âge et de l’apprentissage de l’élève.

5.3 Le curriculum espagnol dans le contexte international

Comme nous l'avons dit en introduction, les orientations des curricula que nous avons résumées sont liées aux tendances internationales que la culture statistique des citoyens réclame, et qui impliquerait, selon Watson (2006), les compétences suivantes :

- Développement de la connaissance de base des concepts statistiques et des probabilités.
- Compréhension des raisonnements et des arguments statistiques quand ils interviennent dans un contexte plus large (médias, travail, etc.).
- Attitude critique qui permette de valoriser des arguments basés sur la preuve statistique.

Le « Décret des Enseignements Minima » reprend aussi les principes méthodologiques suggérés par Cobb et McClain (2004) pour un bon développement du raisonnement statistique :

- 1 Insister sur le développement des idées statistiques fondamentales plutôt que de présenter la statistique comme un ensemble de procédures.
- 2 Utiliser des expériences aléatoires réelles et motivantes qui permettent aux élèves de réaliser et d'évaluer des conjectures et qui offrent un appui pour le développement de leur raisonnement.
- 3 Intégrer la technologie sous une forme qui permette aux élèves d'évaluer leurs conjectures, d'explorer et d'analyser les données et de développer leur raisonnement statistique.
- 4 Promouvoir la discussion en classe, en favorisant l'échange des idées et des arguments entre élèves et la découverte accompagnée.
- 5 Utilisation de l'évaluation pour informer sur ce que les élèves apprennent, pour les aider dans leur apprentissage et pour vérifier qu'ils atteignent les objectifs éducatifs.

En résumé, les orientations curriculaires suggèrent de promouvoir le développement du raisonnement statistique, qui va au-delà de la connaissance mathématique et de la compréhension des concepts et des procédures. On souhaite également réussir à développer chez l'élève une attitude critique face à l'information présentée par les médias. Pour tout dire, on veut proposer une culture statistique « qui se réfère à deux composantes reliées entre elles : (a) la capacité à interpréter et à évaluer de façon critique l'information statistique et les arguments qui s'appuient sur des données ou des phénomènes aléatoires que les personnes peuvent rencontrer dans divers contextes, en incluant les médias et (b) la capacité à discuter ou communiquer son opinion par rapport à ces informations statistiques quand cela est pertinent » (Gal, 2002, p. 2-3).

L'exigence d'un poids plus important de la statistique se retrouve aussi dans le domaine de l'évaluation de PISA (OCDE, 2009) dans laquelle on reconnaît la nécessité croissante que les élèves se confrontent à l'incertitude, d'un point de vue mathématique et scientifique, ce qui requiert des éléments de statistique et de probabilité. A la suite des idées de Moore (1991), reprises aussi dans le NCTM (2000) et dans le projet GAISE (Franklin *et al.*, 2007), on indique que tout citoyen doit être préparé au raisonnement à partir de données empiriques, comprendre l'omniprésence de la variation et le besoin de données, percevoir, quantifier et

expliquer la variation des données, qui ne sont pas simplement des nombres, due à l'importance du contexte. Dans ce but on inclut dans les tests des questions en relation avec l'incertitude, avec l'interprétation de graphiques et avec les données statistiques.

Les lycéens espagnols âgés de 15 ans participent à ces tests avec des résultats inférieurs à la moyenne de ceux des pays participants malgré une légère amélioration ces dernières années. Selon le rapport du Ministère de l'Éducation (MEC, 2010), en 2009 la note moyenne était égale à 483 (la moyenne globale était de 500), très semblable au niveau obtenu au Royaume Uni, aux États-Unis, au Portugal et en Italie. On note aussi une certaine variabilité dans les résultats entre les différentes communautés autonomes. Tout comme pour l'analyse des résultats de la lecture, l'Espagne a un rendement de niveau 3, c'est à dire dans la moyenne de l'OCDE. Le rapport indique que l'Espagne est un bon exemple en ce qui concerne l'égalité puisque, malgré des variations, l'environnement social économique influence mais ne détermine pas les résultats scolaires de l'élève et ne l'empêche pas d'améliorer ses résultats académiques. Le rendement scolaire dépend surtout de ce qui se passe dans le centre d'éducation. La variation des résultats des élèves selon les centres se situe en Espagne à 19,5% ; c'est le deuxième plus faible pourcentage de tous les pays de l'OCDE. Il y a une variation plus importante entre les Communautés Autonomes ; cependant PISA montre que la différence entre leurs résultats est faible, par conséquent le système éducatif espagnol se caractérise par une grande égalité. En tous cas, la nécessité d'une amélioration repose actuellement aux autorités éducatives la question de l'attribution d'un poids plus important aux mathématiques dans la formation de l'élève, bien que le cas de la statistique n'ait pas été spécifiquement analysé.

6. Réflexions finales

La nécessité actuelle d'une éducation statistique paraît être comprise par les autorités éducatives espagnoles ; elle inclut des contenus statistiques dès le début de la scolarisation jusqu'à la fin du Baccalauréat.

Un défi pour que ces propositions deviennent réalité réside dans la formation des professeurs qui seront en charge de cet enseignement. La nécessité d'une préparation spécifique des professeurs pour enseigner la statistique a été reconnue par « l'International Commission on Mathematical Instruction » (ICMI) et par « l'International Association for Statistical Education » (IASE) qui ont proposé une Conférence Commune spécifiquement destinée à promouvoir la recherche et la réflexion au niveau international sur l'éducation et le développement professionnel du professeur pour enseigner la statistique (Batanero, Burrill et Readings, 2011).

Nous espérons que cette étude, ainsi que ces quelques réflexions, contribuent à la prise de conscience de tous ceux qui sont impliqués dans la formation des professeurs : Écoles de Formation au Professorat, associations de professeurs et autorités éducatives. Nous croyons qu'il est aussi nécessaire de poursuivre la recherche et la réflexion didactique pour pouvoir poursuivre la construction de l'Éducation statistique et pouvoir la concrétiser dans des cours destinés à de futurs professeurs. Nous espérons que ce travail aura réussi à intéresser d'autres chercheurs à poursuivre cette problématique.

Remerciements : Projet EDU2010-14947 (MCINN-FEDER) et groupe FQM126 (Junta de Andalucía)

Références

- [1] Bakker, A. and K. P. E. Gravemeijer, (2004), Learning to reason about distribution. In Garfield, J. and D. Ben Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, 147-168, The Netherlands Kluwer, Dordrecht.
- [2] Batanero, C., G. Burrill, and C. Readings (Eds) (2011), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education, A Joint ICMI/IASE Study*, Springer, New York.
- [3] Batanero, C. y C. Diaz (2004), El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. In Patricio Royo, J. (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas*, 125-164, ICE, Zaragoza.
- [4] Batanero, C., M. Henry, and B. Parzysz (2005), The nature of chance and probability. In Jones, G. A. (Ed.), *Exploring probability in schools- challenges for teaching and learning*, 15-37, Springer, New York.
- [5] Burrill, G and R. Biehler (2011), Fundamental statistics ideas in the school curriculum and in training teachers. In Batanero, C., G. Burrill, and C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education, A Joint ICMI/IASE Study*, 57-69, Springer, New York.
- [6] Burrill, C. and Camden (Eds) (2006), *Curricular development in statistics education: LASE 2004 Roundtable*, International Association for Statistical Education, Voorburg, <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/>
- [7] Cazorla, I. (2002), *A relação entre habilidades viso-pictóricas e a domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*, Tesis Doctoral, Univeridad de Campinas.
- [8] Chaput, B., J. C. Girard, and M. Henry (2011), Modeling and simulations in statistics education. In Batanero C., G. Burrill, and C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education, A Joint ICMI/IASE Study*, 85-95, Springer, New York.
- [9] Cobb, P. and K. Mc Clain (2004), Principles of instructional designs for supporting the development of students statistical reasoning. In Ben-Zvi, D. and J. Garfield (Eds), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, 375-395, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- [10] Consejería de Educación, Junta de Andalucía (2007a), *ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria Obligatoria en Andalucía*, Autor, Sevilla.
- [11] Consejería de Educación, Junta de Andalucía (2007b), *ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía*, Autor, Sevilla.
- [12] Consejería de Educación, Junta de Andalucía (2008a), *ORDEN de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Infantil Obligatoria en Andalucía*, Autor, Sevilla.
- [13] Consejería de Educación, Junta de Andalucía (2008b), *ORDEN de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía*, Autor, Sevilla.

C. Batanero et al.

- [14] Engel, J. and Sedlmeier (2011), Correlation and regression in the training of teachers. In Batanero, C., G. Burrill, C. Reading and A. Rossman (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education, A Joint ICMI/IASE Study*, 247-258, Springer, New York.
- [15] Estepa, A. (2004), Investigación en Educación Estadística. La asociación estadística. In Luengo, R. (Ed.), *Líneas de investigación en Educación Matemática*, 227-255, Servicio de Publicaciones, Universidad de Extremadura, Badajoz.
- [16] Fischbein (1975), *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*, Reidel, Dordrecht.
- [17] Franklin, C. et al. (2007), Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report. A Pre-K-12 Curriculum framework, American Statistical Association (ASA), Alexandria, VA 22314, <http://www.amstat.org/education/gaise/>
- [18] Gal, I. (2002), Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities, *International Statistical Review*, **70**(1), 1-25.
- [19] Garín, M. y Rodríguez, M. (2008). Matemáticas para la Educación Primaria. Serie Un paso más, Santillana, Madrid.
- [20] MacGillivray, H. and L. Pereira-Mendoza (2011), Teaching statistical thinking through investigative projects. In Batanero, C., G. Burrill, C. Reading and A. Rossman (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education, A Joint ICMI/IASE Study*, 109-120, Springer, New York.
- [21] MEC (2006), Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, Autor, Madrid.
- [22] MEC (2007a), Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil, Autor, Madrid.
- [23] MEC (2007b), Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, Autor, Madrid.
- [24] MEC (2007c), Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas, Autor, Madrid.
- [25] MEC (2010), PISA 2009, Programa para la evaluación internacional de los alumnos, Informe Español, OCDE y Autor, Madrid.
- [26] Moore, D. S. (1991), Teaching statistics as a respectable subject. In Gordon, F. and S. Gordon (eds.), *Statistics for the twenty-first century*, 14-25, Mathematical Association of America.
- [27] NCTM (2000), *Principles and standards for school mathematics*, NCTM, Reston, VA, <http://standards.nctm.org/>
- [28] Nisbett, R. and L. Ross (1980), *Human inference: Strategies and shortcomings of social Education*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [29] Núñez, F., G. Sanabria y P. García (2004), La probabilidad, lo aleatorio y su pedagogía, *Revista virtual Matemática, Educación e Internet*, **5**(1), <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/index.htm>

- [30] OCDE (2009), PISA 2009 assessment framework - Key competencies in reading, mathematics and science, OCDE, Paris.
- [31] Reading, C. and J. M. Shaughnessy (2004), Reasoning about variation. In Garfield, J. and D. Ben-Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, 201-226, Kluwer, Dordrecht.
- [32] Ridgway, J., J. Nicholson, and S. McCusker (2008), Mapping new statistical literacies and illiteracies, *Communication at the 11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, Mexico.
- [33] Rossman, A. (2008), Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view, *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19, www.stat.auckland.ac.nz/serj
- [34] Rubin, A., J. K. L. Hammerman, and C. Konold (2006), Exploring informal inference with interactive visualization software. In Phillips, B. (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*, Cape Town, International Association for Statistics Education, South Africa, www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications
- [35] Sánchez, E. y C. Batanero (2011), Manejo de la información. In Sánchez, E. (Coord.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Casos y perspectivas*, 64-92, Secretaría de Educación Pública, México, D. F.
- [36] Shaughnessy, J. M. (2007), Research on statistics learning and reasoning. In Lester, F. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 957-1010, Information Age Publishing, Inc., and NCTM, Greenwich, CT.
- [37] Watson, J.M. (2006), *Statistical literacy at school: Growth and goals*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.
- [38] Wild, C. and M. Pfannkuch (1999), Statistical thinking in empirical enquiry, *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.